

Übungsblatt zu Binomischen Formeln und Quadratischer Ergänzung

Seite 1 von 2

Die binomischen Formeln

Es gilt: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (erste binomische Formel)

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (\text{zweite binomische Formel})$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (\text{dritte binomische Formel})$$

Aufgabe 1. Rechne die binomischen Formeln nach: $(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + \dots$

Aufgabe 2. Worin unterscheiden sich die erste und zweite binomische Formel? Ist die zweite in der ersten „enthalten“?

Übungsaufgaben zu den Formeln

Aufgabe 3. Erste und zweite binomische Formel...

a) ...vorwärts:

i) $(s+t)^2$

iv) $(2x+1)^2$

vii) $(k^2+2m)^2$

ii) $(x-3)^2$

v) $(3x-2y)^2$

viii) $(a^2-b^3)^2$

iii) $(2+k)^2$

vi) $(3a-5c)^2$

ix) $(2s^2+3st)^2$

b) ...rückwärts:

i) x^2+2x+1

iv) $16-8t+t^2$

vii) $x^4+10rx^2+25r^2$

ii) x^2+4x+4

v) $4x^2+4xy+y^2$

viii) $4p^4-16p^2q^4+16q^8$

iii) $y^2-3y+2,25$

vi) $4s^2-12st+9t^2$

ix) $a^2b^4+4ab^3+4b^2$

Aufgabe 4. Dritte binomische Formel...

a) ...vorwärts:

i) $(x+3)(x-3)$

ii) $(2s+1)(2s-1)$

iii) $(3r+4q)(3r-4q)$

b) ...rückwärts:

i) x^2-25

ii) $1-q^2$

iii) $x-y$

Lösungen zu Aufgabe 3 und Aufgabe 4

$$4s^2-1; 4s^4+12s^3t^2+9s^2t^4; (y-1,5)^2; k^4+4k^2m+4m^2; (x+5)(x-5); 4+4k+k^2; (4-t)^2; (x+1)^2; 9x^2-12xy+4y^2; (2p^2-4q^4)^2; (ab^2+2b)^2; x^2-9; a^4-2a^2b^3+b^6; (2x+y)^2; s^2+2st+t^2; 9r^2-16q^2; 4x^2+4x+1; (1+q)(1-q); (x+2)^2; x^2-6x+9; 9a^2-30ac+25c^2; (x^2+5r)^2; (2s-3t)^2; (\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$$

Übungsblatt zu Binomischen Formeln und Quadratischer Ergänzung

Seite 2 von 2

Quadratische Ergänzung

Aufgabe 5. Ergänze so, dass Du im nächsten Schritt eine binomische Formel anwenden kannst. Schreibe den Term dann als Quadrat.

a) $x^2 + 4x + \dots$

c) $p^2 + 8p + \dots$

e) $4y^4 + 20y^2 + \dots$

b) $x^2 - 6x + \dots$

d) $4d^2 - 4d + \dots$

f) $25x^2 - 20xy + \dots$

BEISPIEL 1. Versuche, den Term $x^2 + 2x + 3$ mit der ersten binomischen Formel als Quadrat zu schreiben: Es klappt nicht, da die „3“ stört. Stünde da statt der „3“ eine „1“, ginge es. Also schreiben wir:

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 3 \\&= x^2 + 2x + 1 + 2 \\&= \underline{\underline{(x+1)^2}} + 2\end{aligned}$$

Das ist quadratische Ergänzung.

BEISPIEL 2. Noch ein paar quadratische Ergänzungen:

$$\begin{aligned}x^2 + 2x - 2 \\&= x^2 + 2x + 1 - 3 \\&= \underline{\underline{(x+1)^2}} - 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 + 10x + 30 \\&= x^2 + 10x + 25 + 5 \\&= \underline{\underline{(x+5)^2}} + 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4x^2 + 4x \\&= 4(x^2 + x) \\&= 4\left(x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) \\&= 4\left(\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right) \\&= \underline{\underline{4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2}} - 1\end{aligned}$$

Aufgabe 6. Wo kommen in den Beispielen, jeweils in den mittleren Zeilen, die „+ 2“, die „- 3“ und die „+ 5“ her? Erkläre die Rechnungen.

Aufgabe 7. Schreibe mithilfe der quadratischen Ergänzung als Quadrat:

a) $x^2 + 6x + 1$

c) $x^2 + 3x + 2$

e) $2x^2 + 4x + 2$

g) $-x^2 - 2x - 3$

b) $x^2 - 8x + 8$

d) $x^2 - 5x + 7$

f) $2x^2 - 12x - 4$

h) $-2x^2 + 4x + 1$

Lösungen: $-(x+1)^2 - 2$; $(x-2,5)^2 + 0,75$; $-(x+2)^2 + 1$; $(x-4)^2 - 8$; $2(x-3)^2 - 22$; $(x+3)^2 - 8$;
 $-2(x-1)^2 + 3$; $(x+1,5)^2 - 0,25$; $2(x+1)^2$ - eines ist zuviel!